

IV кръг, 12 юли 2015 г., х. Бузлуджа, теоретичен тур

*Младша възраст*

**Задача 1. Звезда и планета.** Около далечна звезда от Главната последователност на диаграмата на Херцшпрунг-Ръсел обикаля планета по кръгова орбита. Спектралните наблюдения показват, че планетата се движи със скорост 30 km/s около звездата и има орбитален период 10 години. По интерферометрични наблюдения е установено, че максималното ъглово отстояние между планетата и звездата, гледано от Земята е  $0,064''$ .

• Можем ли да видим тази звезда с невъоръжено око? Какво можем да кажем за нейните физически характеристики? Обосновайте вашия отговор. Междузвездното поглъщане да се пренебрегне.

• Възможно ли е тази планета да бъде обитаема?

**Решение:**

Означаваме с  $V$  орбиталната скорост на планетата, с  $T$  нейния орбитален период. Радиусът на нейната орбита е:

$$a = \frac{V \cdot T}{2\pi} = 10 \text{ AU.}$$

Означаваме максималното видимо ъглово отстояние на планетата с  $\delta$ . Това е ъгловият размер на радиуса на планетната орбита, гледана от Земята. Следователно, ако означим с  $r$  разстоянието то Земята до звездата, то можем да запишем следното равенство:

$$r[\text{pc}] = \frac{a[\text{AU}]}{\delta["]} \approx 156 \text{ pc}$$

Използвайки третия закон на Кеплер, намираме масата  $M$  на звездата около която планетата орбитира:

$$M = \frac{a[\text{AU}]^3}{T[\text{yr}]^2} = 10 M_{\text{SUN}}$$

По условие звездата принадлежи на Главната последователност. Ние получихме, че тя има маса, която е 10 пъти по-голяма от масата на Слънцето. Това е типична маса за син гигант от спектрален клас **B**. Времето за живот на подобни звезди е няколко десетки милиона години, поради което наличието\*о на планети в орбита около тях не е типично явление. Разумно предположение за светимостта на такива гиганти е примерно  $L = 5\,000 L_{\text{SUN}}$ . Ако означим с  $M_{\text{SUN}}^V = 4,8^m$  абсолютната визуална звездна величина на Слънцето, то тази звездна величина на звездата е:

$$M^V = M_{\text{SUN}}^V - 2,5 \lg(L[L_{\text{SUN}}]) \approx -4,5^m$$

От тук намираме, че видимата звездна величина на звездата за земния наблюдател е:

$$m = M^V + 5 \lg(r[\text{pc}]) - 5 \approx 1,4^m$$

Тъй като проникващата способност на човешкото око е около  $6^m$ , то тази звезда може да бъде наблюдавана с невъоръжено око.

Получихме, че планетата се намира на разстояние 10 AU от звездата си, т.е. на разстояние 10 пъти по-голямо от това между Земята и Слънцето. От друга страна, оценихме, че звездата има 5 000 пъти по-голяма светимост от слънчевата.

Следователно, можем да заключим, че осветеността, която се създава на повърхността на планетата е около 50 пъти по-голяма от тази върху земната повърхност. Това означава, че там условията за живот, подобен на нашия, биха били много неблагоприятни.

### **Критерии за оценка (18т.):**

- За намиране радиуса на планетната орбита - **2т.**
- За намиране на разстоянието до звездата – **2т.**
- За пресмятане на масата на звездата – **2т.**
- За правилни разсъждения, относно физическите характеристики на звездата – **4т.**
- За правдоподобна оценка на светимостта на звездата – **2т.**
- За намиране на абсолютната звезда величина на звездата – **2т.**
- За пресмятане на видимата звездна величина и извод дали ще се вижда с невъоръжено око - **2т.**
- За коментар, относно условията на живот на планетата – **2т.**

**Задача 2. Ярки планети.** Участничката в астрономическата лагер-школа Илиана Русева е очарована от двете ярки планети, които украсяват вечерното небе – Венера и Юпитер. Исква ѝ се да ги вижда колкото може по-дълго време.

• Опишете къде по Земята и при какви условия Венера би могла да се вижда през цялата нощ – в интервала от време от залеза до изгрева на Слънцето.

• А къде и при какви условия Илиана би могла да вижда Юпитер през цялата нощ?

### **Решение:**

А) Венера е вътрешна планета, поради което може да бъде наблюдавана най-много на  $44^\circ$  източно или западно от Слънцето. От това следва, че тази планета би трябвало да се вижда или за някакво време след залеза на Слънцето или някакво време преди неговия изгрев. На пръв поглед не е възможно да я наблюдаваме през цялата нощ.

Нека да разгледаме случая, когато Венера е незалязващо светило за някой наблюдател. Знаем, че равнината на орбитата Венера лежи в почти в същата равнина в която лежи и земната. Затова можем да считаме, че на земното небе Венера се намира почти точно на еклиптиката през цялото време. Следователно, нейната деклинация може да се променя приблизително от  $-\epsilon$  до  $+\epsilon$ . Поради този факт, теоретично Венера може да бъде незалязваща в полярните области на Земята.

Най-добрите условия за наблюдение на Венера като незалязващо светило е около дните на равноденствие. Тогава, понеже Слънцето и Венера лежат на еклиптиката, те може да имат най-голяма разлика в деклинациите. Знаем, че максималното възможно отстояние между Венера и Слънцето е около  $44^\circ$ . Имайки предвид, че еклиптиката е наклонена под ъгъл  $\epsilon=23.5^\circ$ , относно небесния екватор, то можем приближено да намерим, че най-голямата възможна разлика в деклинациите на Венера и Слънцето е

$$44^\circ \cdot \sin(23.5) \approx 17.5^\circ.$$

При това положение, например малко преди пролетното равноденствие при максимална източна елонгация Венера може да се намира на около 8-9 градуса северно от небесния екватор, докато Слънцето би се намирало на такава

отстояние в южна посока. В този случай, близо Северния полюс (на географска ширина по-голяма от примерно  $83-84^\circ$ ) Венера ще се наблюдава като незалязващо светило, а Слънцето все още няма да е изгряло.

Друг фактор, който има значение е наклонът на венерианската орбита към еклиптиката. Той допълнително разширява областите около земните полюси в които Венера може да бъде наблюдавана като незалязващо светило. Това прави възможно наблюдение на Венера през цялата нощ в дните около слънцестоенето.

Б) При Юпитер ситуацията е далеч по-проста, защото той е външна планета и би могъл да бъде в опозиция спрямо Земята. При нея, той може да се наблюдава над хоризонта през цялата нощ за всяка точка от земното кълбо.

### **Критерии за оценка (14т.):**

А) – За постановка на проблема с това дали Венера може да се вижда през цялата нощ – 2т.

- За досещане, че Венера може да бъде незалязваща – 3т.

- За намиране на интервала в който може да е деклинацията на Венера – 2т.

- За намиране на областите по Земята в които Венера може да е незалязваща – 2т.

- За понататъшни разсъждения, относно сезона с който е най-вероятно това да се наблюдава – 3т.

- За разсъждения относно наклона на венерианската орбита, спрямо еклиптиката – 2т.

Б) За обяснение при какви условия Юпитер може да се наблюдава през цялата нощ – 2т.

**Задача 3. Кълбовиден куп.** За астрономите всички химични елементи по-тежки от хелия са метали. Важна величина за една звезда е съдържанието на такива „метали”, отнесено към съдържанието на водород. Логаритъмът от тази величина се нарича металичност на звездата  $[Fe/H]$ . За Слънцето  $[Fe/H] = 0$ , а за по-бедните на метали звезди  $[Fe/H] < 0$ . Променливите звезди от тип RR Lyr са разположени в т.нар. „хоризонтален клон” по диаграмата на Херцшпрунг-Ръсел и имат сходна абсолютна звездна величина  $M_V$ . Зависимостта на  $M_V$  от металичността се описва с формулата:

$$M_V = 0.18[Fe/H] + 0.90$$

• NGC 288 е кълбовиден звезден куп с видима звездна величина  $8.09^m$ . Звездите от хоризонталния клон в този куп имат средна видима звездна величина  $15.44^m$ . Чрез спектрални наблюдения е установено, че средната металичност на звездите в NGC 288 е  $[Fe/H] = -1.32$ . Пресметнете разстоянието от нас до този звезден куп.

• Галактичните координати на NGC 288 са  $l = 152^\circ.30$ ,  $b = -89^\circ.38$ . Определете приблизително разстоянието от купа до центъра на Галактиката.

• Възможно ли е също такъв куп като NGC 288 да се открие в галактиката NGC 4016 от съзвездието Лъв с 10 часа наблюдателно време на космическия телескоп Hubble? Линията на калция Ca II H ( $3968.5 \text{ \AA}$ ) се наблюдава в спектъра на NGC 4016 при дължина на вълната  $4014.1 \text{ \AA}$ . Телескопът Hubble може да регистрира обекти до около  $30^m$  с 10-часова експозиция.

**4 задача. Пулсари:** Периодът на пулсара, разположен в центъра на Ракообразната мъглявина е 0,0334 s.

• Намерете максималната и минималната стойност на този период за наблюдател, разположен на Земята. През кой сезон той ще е минимален и през кой максимален?

• В топла лятна нощ към края на юни младият пловдивски астроном Атанас Стефанов работи с радиотелескопа в кратера Аресибо и открива нов пулсар с координати  $\alpha = 17^{\text{h}}58^{\text{m}}$  и  $\delta = +26^{\circ}$ . Измерванията, направени в същата нощ показват, че периодът му е 0.0777 s. В какви граници ще се изменя този период при следващите системни измервания на Атанас?

**Решение:**

А) Промяната на наблюдавания период на пулсара с течение на годината се дължи на различната лъчева скорост на Земята, относно пулсара. Тази скорост се променя поради орбиталното движение на планетата ни около Слънцето.

Ракообразната мъглявина се намира в съзвездието Бик, което е едно от зодиакалните съзвездия. Поради това можем да считаме, че тя се намира много близо до равнината на еклиптиката, която всъщност е равнината на земната орбита. Това означава, че има периоди от време в които Земята се движи директно към Ракообразната мъглявина (в които се наблюдават най-късият период на пулсация) и в които планетата ни се отдалечава директно нея (тогава ние наблюдаваме най-дългия период на пулсация).

Нека да намерим връзката между лъчевата скорост на Земята, относно пулсара  $V$  и наблюдавания период  $P$ . Означаваме с  $P_0$  периода, който бихме наблюдавали, ако сме неподвижни, относно пулсара. Разглеждаме наблюдател, който се приближава към този пулсар със скорост  $V$ . Нека в момента  $t_0$  лъчът на пулсарът да е насочен към наблюдателя, като нека в момента в който сигналът се приема разстоянието между пулсара и наблюдателя да е  $r_0$ . Това означава, че моментът в който наблюдателят приел сигнала е

$$t_1 = t_0 + \frac{r_0}{c}$$

Тук  $c = 300\,000 \text{ km/s}$  е скоростта на светлината.

За да намерим възприемания от наблюдателя период на пулсара, трябва да изразим момента в който той приема следващия сигнал  $t_2$ .

Тъй като периодът на пулсара е  $P_0$ , то следващият момент в който лъчът е бил насочен към наблюдателя е бил  $t_0 + P_0$ .

За времето между моментите в които наблюдателят приема двата сигнала, той е изминал разстояние  $\Delta r = P \cdot V$ .

Това означава, че в момента в който той приема втория сигнал, разстоянието между него и пулсара е  $r_0 - \Delta r$ .

От тук можем да заключим, че този момент е:

$$t_2 = t_0 + P_0 + \frac{r_0 - P \cdot V}{c}$$

Следователно, наблюдаваният период е

$$P = t_2 - t_1 = P_0 - \frac{P \cdot V}{c}$$

Откъдето намираме:

$$P = \frac{P_0}{1 + \frac{v}{c}}$$

Както казахме, Ракообразната мъглявина се намира в съзвездието Бик, много близо до еклиптиката. Също така тя се намира много близо до точката на лятното слънцестоене, през която Слънцето преминава през месец юни. Следователно, моментът в който планетата ни се приближава към М1 с цялата си орбитална скорост ( $V_3 = 30\text{km/s}$ ) е четвърт година преди мъглявината да бъде в „опозиция“, т.е. три месеца след лятното слънцестоене през месец септември. Тогава ние наблюдаваме възможно най-късия период на пулсация, чиято стойност е:

$$P_{min} = \frac{P_0}{1 + \frac{V_3}{c}} \approx 0.033397s$$

Аналогично, Земята се отдалечава най-бързо от М1 четвърт година след като „опозицията“ е преминала или приблизително по време на пролетното равноденствие. Тогава периодът на пулсация, който ние наблюдаваме е:

$$P_{max} = \frac{P_0}{1 - \frac{V_3}{c}} \approx 0.033403s$$

Б) Забелязваме, че ректасцензията на втория пулсар е приблизително **18h**. На такава ректасцензия се намира точката на зимното слънцестоене, като нейната деклинация е - **23.5°**. От тук можем да заключим, че ъгловото отстояние на този пулсар от еклиптиката е около **50°**. Това е значимо отстояние и по тази причина към пулсара винаги ще бъде насочена само някаква част от земната скорост. Най-голямата скорост с който планетата ни се приближава или отдалечава към него е  $V_3 \cdot \cos(50^\circ) \approx 19.3 \text{ km/s}$ . Атанас прави своите наблюдения през юни, три месеца след пролетното равноденствие и Слънцето има ректасценция около 6h. Следователно, в момента на наблюденията, пулсарът се намира в „противостоене“, относно Земята и лъчевата скорост на планетата ни, спрямо него е 0. От тук следва, че периодът, който Атанас измерва е всъщност истинският период на пулсара  $P_0$ .

През следващите месеци Земята ще се започне да се отдалечава от пулсара, поради, което наблюдаваният период ще започне да расте. След около 3 месеца, през септември месец, този период ще достигне своята максимална стойност, като тя ще бъде:

$$P_{max} = \frac{P_0}{1 + \frac{V_3 \cos(50^\circ)}{c}} \approx 0.077705s$$

През декември месец Земята ще бъде максимално далеч от този пулсар, защото ще бъде от „противоположната“ страна на Слънцето, относно него. Тогава отново лъчевата й скорост ще бъде 0 и Атанас ще измерва истинския период на пулсация.

През март Земята ще се приближава максимално бързо към пулсара, с изчислената от нас скорост от **19.3 km/s**. По това време наблюдаваният период от Атанас ще достигне своята минимална стойност, която ще е:

$$P_{min} = \frac{P_0}{1 - \frac{V_3 \cos(50^\circ)}{c}} \approx 0.077695s$$

### Критерии за оценка (17т.):

А) – За разбиране на причината поради, която се очаква пулсарът да си променя наблюдавания период – 3т.

- За извеждане на връзката между лъчева скорост и наблюдавана стойност на периода – 1т.
  - За съобразяване на положението на пулсара в М1, спрямо еклиптиката – 1т.
  - За намиране на минималния и максималния наблюдаван период на пулсация – 3т.
  - За правилно посочване на сезоните през които периодът на пулсация ще е минимален или екстремален – 2т.
- Б) – За съобразяване на факта, че пулсарът се намира „над“ точката на зимно слънцестоене – 1т.
- За намиране на еклиптичната ширина на пулсара – 1т.
  - За намиране на амплитудата на лъчевата скорост на Земята, относно пулсара – 1т.
  - За пресмятане на минималната и максималната стойност на наблюдавания период – 2т.
  - За правилен коментар как ще се изменя този период в следващите месеци – 2т.

**5 задача. Пасаж на Луната.** От Венера се наблюдава централен пасаж на Луната по диска на Земята.

- Определете амплитудата на промяна на блясъка на системата Земя-Луна по време на пасажа.
- Определете продължителността на отделните етапи на пасажа, т.е. времената от първи контакт до втори контакт и т.н.
- Начертайте кривата на блясъка, която ще се наблюдава от Венера, като използвате подходящ мащаб на осите на звездната величина и времето.

Приемете, че всички тела се движат в една равнина по кръгови орбити.

При определяне на амплитудата на звездните величини, приемете, че Земята и Луната са на еднакво разстояние от Слънцето и Венера.

**Справочни данни:**

Радиус на Земята – 6370 km  
 Алbedo на Земята – 0.37  
 Радиус на Луната – 1738 km  
 Орбитален период на Луната – 27<sup>d</sup>.32  
 Радиус на лунната орбита – 384400 km  
 Алbedo на Луната – 0.12  
 Радиус на орбитата на Венера – 0.72 AU  
 1 AU – 149 600 000 km